

Untersuche die Lage der jeweiligen Geraden:

Gruppe 1

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Gruppe 2

$$i: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$j: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Gruppe 3

$$k: \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$l: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Gruppe 4

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Gruppe 5:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Gruppe 6:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Gruppe 7:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe Gruppe: _____:

Bestimme die Lage der folgenden Geraden:

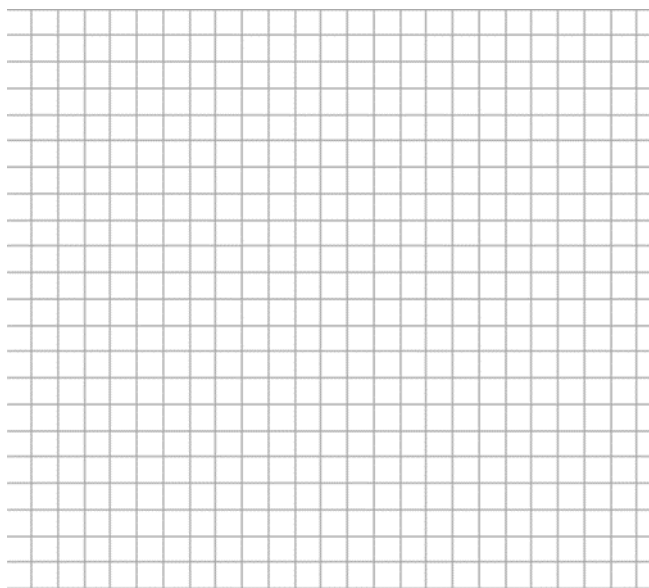
Vergleich der Vektoren

Lagebestimmung durch Gleichsetzen

1.) Vergleich der Richtungsvektoren

2.) Punktprobe

Zeichnung



Lösungen

Gruppe 1

Aufgabe Gruppe 1:

Bestimme die Lage der folgenden Geraden:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Vergleich der Vektoren

1) Vergleich der Richtungsvektoren	2) Lagebestimmung durch Gleichsetzen
<p>Gleichsetzung der Richtungsvektoren:</p> $r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ $(-2) = r \cdot 2 \rightarrow r = -1$ $(-1) = r \rightarrow r = -1$ <p>Die Geraden sind kollinear</p>	$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ $I \quad 0 + 2r = 4 + (-2s)$ $II \quad 2 + 1r = 4 + (-1s)$ <p>I in II</p> $2 + 2(-1s) = 4 + (-1s) \quad + 1s$ $4 = 4 \quad - 4$ $0 = 0$
<p>2.) Punktprobe</p> $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ $0 + r \cdot 2 = 4$ $2 + r \cdot 1 = 4$ $r = 2$ <p>→ <i>identisch</i></p>	
Zeichnung	

Gruppe 2

Bestimme die Lage der folgenden Geraden: $i: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $j: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$

Vergleich der Vektoren	Lagebestimmung durch Gleichsetzen
------------------------	-----------------------------------

1.) Vergleich der Richtungsvektoren	I. $0 + 2r = 2 - 2s$ II. $2+r= 4-s \quad \cdot 2$
2.) Punktprobe	<hr/> I. $0 + 2 \cdot 2 = 2 - (2 \cdot (-2))$ II. $4 + 2 \cdot 1 = 8 - 2 \cdot (-1)$ I-II: $-4 = -6$ → parallel

Gruppe 3

Gruppe 3

$$k: \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad l: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Bestimmung der Lage der folgenden Geraden:

Vergleich der Vektoren	Lagebestimmung durch Gleichsetzen
<p>1.) <u>Vergleich der Richtungsvektoren</u></p> $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow 2 = -1s \quad \cdot (-1)$ $\begin{aligned} -2 &= s \\ 1 &= -1s \quad \cdot (-1) \\ -1 &= s \end{aligned}$ <p>Nicht kollinear.</p> <p>2.) <u>Punktprobe:</u> Da die Richtungsvektoren nicht kollinear zueinander sind, schneiden sich die Geraden.</p>	<p>1.) <u>Gleichsetzen</u></p> $\begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad - \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}; -s \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $r \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} - s \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{aligned} I: 2r + 1s &= 7 \\ II: 1r + 1s &= 2 \quad \cdot (-1) \\ 2r + 1s &= 7 \\ -1r - 1s &= -2 \quad \text{II in I} \\ \hline r &= 5 \end{aligned}$ $\begin{aligned} I: 2 \cdot 5 + 1s &= 7 \\ 10 + 1s &= 7 \quad -10 \\ s &= -3 \end{aligned}$ <p>2.) <u>Ermittlung des Schnittpunkts</u></p> $ L = (5; -3)$ $\begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix} + 5 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$ <p>Oder mit $s \rightarrow -3$</p>

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + (-3) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Gruppe 4

Aufgabe Gruppe:4:

Bestimme die Lage der folgenden Geraden:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Vergleich der Vektoren	Lagebestimmung durch Gleichsetzen
1.) Vergleich durch Richtungsvektoren $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \rightarrow r = -1$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \rightarrow r = -1$	I. $2 + 1s = 4 - 1s$ II. $0 + 2s = 4 - 2s$ III. $2 + 1s = 4 - 1s$
2.) Punktprobe	$\rightarrow 0=0$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\begin{matrix} 2 & 4 & -1 \\ 2 & 4 & -1 \end{matrix}$ $\begin{matrix} 2 = 4 + r \cdot (-1) & -4 \\ -2 = r \cdot (-1) & : (-1) \\ 2 = r \end{matrix}$ $\begin{matrix} 0 = 4 + r \cdot (-2) & -4 \\ -4 = r \cdot (-2) & : (-2) \\ 2 = r \end{matrix}$	<p>→ unendlich viele Mengen</p>
---	---------------------------------

Gruppe 5

Aufgabe Gruppe: 5:

Bestimme die Lage der folgenden Geraden: $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$

Vergleich der Vektoren	Lagebestimmung durch Gleichsetzen
<p>1.) Vergleich der Richtungsvektoren:</p> $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} s = -1 \\ s = -1 \\ s = -1 \end{matrix}$ <p>2.) Punktprobe:</p> $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} 2 + r = 4 \rightarrow r = 2 \\ 0 + 2r = 2 \rightarrow r = 1 \\ 2 + r = 4 \rightarrow r = 2 \end{matrix}$ <p>⇒ parallel</p>	$\begin{matrix} \text{I} & 2 + r = 4 - s \\ \text{II} & 0 + 2r = 2 - 2s \\ \text{III} & 2 + r = 4 - s \end{matrix}$ $\text{II} - 2 \cdot \text{I}: 4 + 0 = 6 + 0$ $4 = 6$ <p>⇒ parallel</p>

Gruppe 6

Bestimmung von Geraden:

Gruppe 6:

Formeln:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Vergleich der Richtungsvektoren:

$$r \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$s \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Lagebestimmung durch Gleichsetzung:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \rightarrow 0 = 2r \rightarrow 0 = r \\ \rightarrow 3 = 3r \rightarrow 1 = r \\ \rightarrow 1 = -3r = -\frac{1}{3} = r \end{array}$$

➔ Nicht kollinear

➔ Schnittpunkt

Gruppe 7

Aufgabe Gruppe: 7

Bestimme die Lage der folgenden Geraden:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Vergleich der Vektoren	Lagebestimmung durch Gleichsetzen
1.) Vergleich der Richtungsvektoren $\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow -2 = s \cdot 0$ ➔ kein S	I $-1 + r \cdot (-2) = 1 + s \cdot 0 \Rightarrow r \cdot (-2) = 2 \Rightarrow r = -1$ II $3 + r \cdot (-1) = 1 + s \cdot 3$ III $1 + r \cdot 2 = 2 + s \cdot 1$

<p>➔ Nicht kollinear/ linear Abhängig</p> <p>2.) Punktprobe Nicht notwendig, da nicht kollinear</p>	$\begin{aligned} \Rightarrow \text{SP: } & \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$
---	--